

乗算型DACを使用する場合のトポロジーとノイズ

Jim Noxon

High-Performance Analog/Signal Chain Applications

このアプリケーション・レポートでは、プログラマブル・ゲイン素子として「乗算型デジタル・アナログ・コンバータ (DAC)」を組み込んだプログラマブル・ゲイン・アンプを設計する場合のノイズの問題について、回路トポロジーがノ

イズに与える影響を中心に解説します。また、解析に基づく体系的なアプローチを主体としたノイズ解析手法についても考えます。

内 容

1.	はじめに.....	2
2.	アンプのノイズ計算.....	2
3.	可変インピーダンスとしてDACをモデル化する.....	6
4.	部品値の判定.....	8
5.	ゲインのスケールリングと比較.....	10
6.	経験則による理由付け.....	12
7.	補足コメント.....	13
8.	結論.....	14
9.	参考文献.....	14

説明図

図 1.	乗算型DACを使用した、一般的な可変ゲイン・アンプ.....	2
図 2.	帰還路に乗算型DACを置いた可変ゲイン・アンプ.....	2
図 3.	シンプルな反転アンプ回路.....	2
図 4.	ノイズ源を組み込んだアンプ回路.....	5
図 5.	R-2R型DACのラダー・ネットワークとスイッチ.....	6
図 6.	入力の変数インピーダンスを一般化した反転アンプ.....	7
図 7.	帰還の変数インピーダンスを一般化した反転アンプ.....	7
図 8.	ノイズ対ゲイン.....	11
図 9.	負荷に接続されたノイズ源.....	12

1. はじめに

本論では、乗算型DACを組み込んだ可変ゲイン・アンプのトポロジー2種類を解析対象とします。図1のトポロジーがその一方です。こちらの方がよく知られており、一般的な使用例として多くの製品仕様書に記載されています。

もう1種類は図2の、回路の帰還路にDACを入れたトポロジーです。こちらは図1ほどよく知られていません。どちらの回路トポロジーにも長所と短所があります。

本論ではこれら2つの特徴について、特に回路の出力に現れるノイズ全体にそれぞれのトポロジーがどのような影響を与えるかについて詳しく調べていきます。

本論で紹介するどの設計例でも、上記2種類の回路には同じ種類のDACとアンプを使用することが前提となっています。この前提があるために、アンプの回路に必要なゲインの最大値と最小値が決まれば、回路内の他のインピーダンスも決まります。また2つのトポロジーでは、DACの入力コードの関数としてのゲインが違います。これらの条件を

利用すれば、2つのトポロジーを正しく比較する仕組みを実現できます。

最初に、ある単純なアンプ回路を例にしてノイズの計算方法を簡単に述べ、次にDACを回路の可変抵抗素子として扱うことについて説明します。さらに、選択されたDACパラメータをもとにして他の回路素子を計算する方法を解析します。回路の種類によってゲイン特性が異なるという条件があれば、一方の回路を他方の回路に対して正規化することにより、2つのトポロジーのノイズを比較できるようになります。最後に、ゲイン関数の様々な形式について説明します。

2. アンプのノイズ計算

図3に示すシンプルな反転アンプ回路を使用して、ノイズ・モデルを作成します。

このアンプには、内部アンプ回路で生成された、電圧ノ

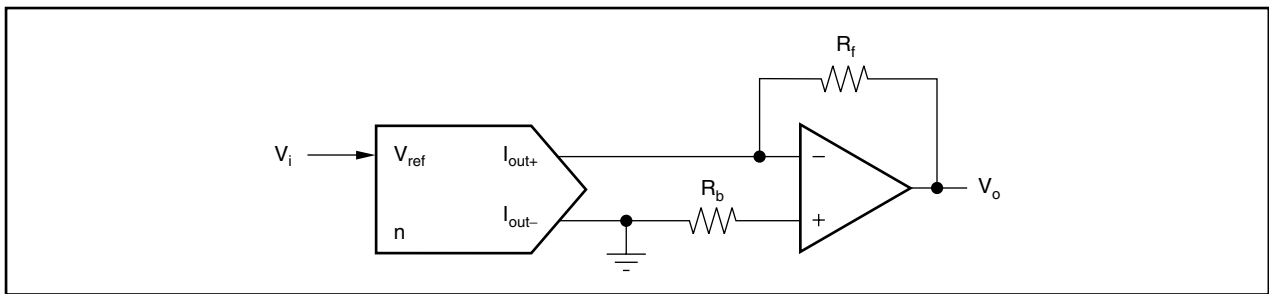


図 1. 乗算型DACを使用した、一般的な可変ゲイン・アンプ

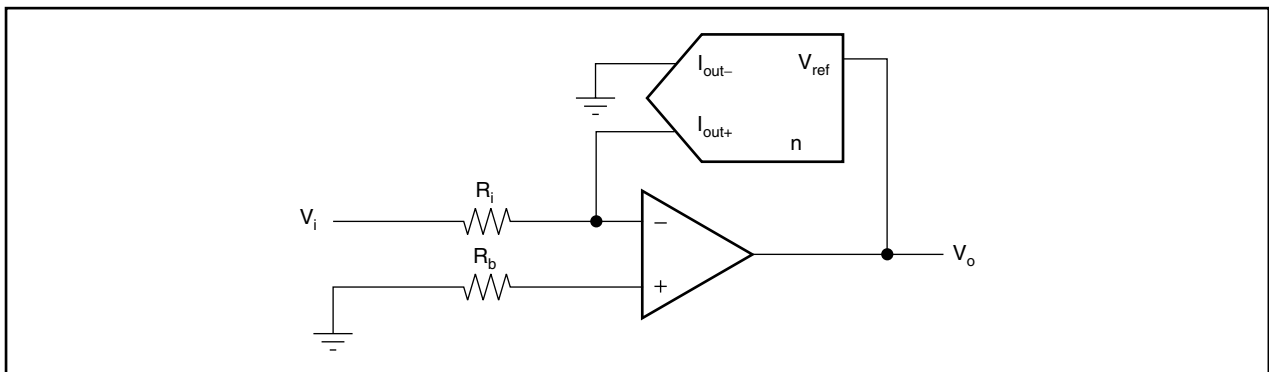


図 2. 帰還路に乗算型DACを置いた可変ゲイン・アンプ

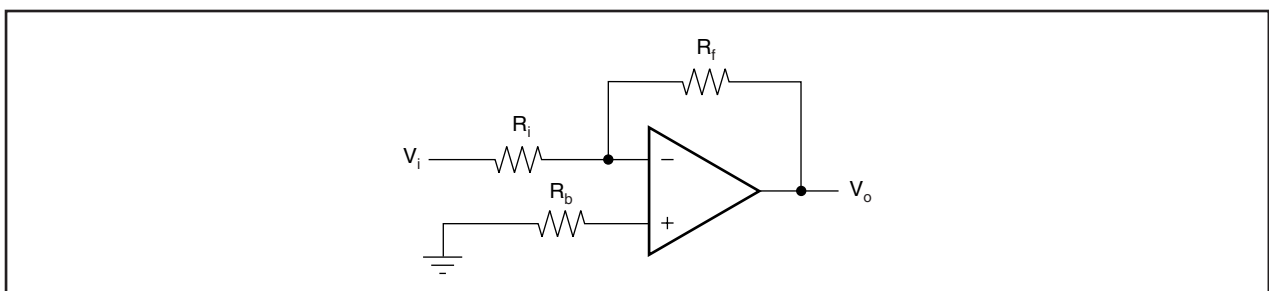


図 3. シンプルな反転アンプ回路

イズ密度源と電流ノイズ密度源があります。

扱いやすくするために、これらのノイズ源をまとめて、1つの電圧ノイズ源と2つの電流ノイズ源にします。このように簡素化することにより、ノイズ源とアンプそのものを分けて考えることが可能になり、アンプを理想アンプとして、またノイズ源をアンプの入力ノードで接続された別の部品として表すことができます。このように1つのセットとしてノイズ源を組み合わせたものを「入力換算ノイズ源」と呼びます。

アンプの仕様では、これらのノイズ源は電圧ノイズ密度(単位: $V/\sqrt{\text{Hz}}$)、および反転/非反転入力電流ノイズ密度(単位: $A/\sqrt{\text{Hz}}$)と表されています。電流ノイズ源を2種類とするのは、各入力ノードを外部回路に接続する方法が異なるためです。別の表現をすると、ノイズ源の負荷が各電流ノイズに対して異なるためです。ただし多くの電圧帰還アンプでは、電流ノイズ密度値を1種類しか規定していません。このような場合は、反転と非反転両方の入力電流ノイズ源を同じひとつの仕様とみなします。

アンプに接続された部品もまた、システムに対するノイズ源になります。この二次的なノイズの大部分は、部品自体の内部で熱エネルギーによって起こる電子の自由運動の結果発生したものです。一般的に、リアクタンス素子は理想的な部品であり、システムのノイズ源になることはないと考えられています。ただし、リアクタンス素子が原因でシステム内のノイズのレスポンスが変化することもあるため、十分に注意する必要があります。

システム内の抵抗素子は、抵抗値の平方根に正比例する電圧ノイズ密度(テブナン型)と、抵抗値の平方根に反比例する電流ノイズ密度(ノートン型)を示します。テブナン型は、次のように電圧ノイズ源として表現されます。

T = 温度(単位: ケルビン (K))、 k = ボルツマン定数 $1.38 \times$

$$V_n(R) = \sqrt{4kTR}$$

$10^{-23} [\text{m}^2\text{kg}/\text{s}^2/\text{K}]$ とすると、ノートン型は次のように電流ノイズ源として表現されます。

注意が必要なのは、電圧ノイズ源と電流ノイズ源

$$I_n(R) = \sqrt{\frac{4kT}{R}}$$

がそれぞれ $V/\sqrt{\text{Hz}}$ 、 $A/\sqrt{\text{Hz}}$ という単位で定義されることです。これらの単位を使用するのは、上記2種類のノイズ源が、回路に現れるノイズ・エネルギーの総量に比例しているためです。そしてこのノイズ・エネルギーの総量は、どの抵抗でも同じになります。

ノイズ・エネルギーの記述がどの抵抗素子でも同じになるということは、容易には信じられないかもしれません。しかし、次に示す一連の式ではこの概念が根本的に証明されています。式(1)の両辺を2乗すると、式(2)になります。

$$V_n \left[\frac{V}{\sqrt{\text{Hz}}} \right] = \sqrt{4kTR} \left[\frac{V}{\sqrt{\text{Hz}}} \right] \quad (1)$$

$$V_n^2 \left[\frac{V^2}{\text{Hz}} \right] = 4kTR \left[\frac{V^2}{\text{Hz}} \right] \quad (2)$$

式(2)の両辺を抵抗 R で割ると、式(3)になります。

$$\frac{V_n^2}{R} \left[\frac{V^2}{\text{Hz}} \right] = 4kT \left[\frac{W}{\text{Hz}} \right] \quad (3)$$

$\frac{V^2}{\Omega} = W$ であることに注目すると、

$W = \frac{J}{S}$ および $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$ となるため、これらの項を代入して式(4)を求めます。

$$\frac{V_n^2}{R} \left[\frac{V^2}{\text{Hz}} \right] = 4kT \left[\frac{\left(\frac{J}{S} \right)}{S^{-1}} \right] = 4kT[J] \quad (4)$$

重要なことですが、式(4)では「どの抵抗も $4kT$ ジュールのエネルギーを持っている」ということは示されていません。確かにこの式には、抵抗内の熱エネルギーの総量に関する記述がありません。

式(4)で表しているのは、「回路内で抵抗を接続すると、平均 $4kT$ ジュールのエネルギー変動を、電圧か電流(またはその両方)として回路に発生させることができる」ということです。別の表現をすると、トポロジーに付加された抵抗はどれも、抵抗値に関係なく平均 $4kT$ ジュールの電気エネルギーの投入と消費を行います。抵抗は期待値 $4kT$ ジュールのランダム変数であるため、エネルギーの供給と吸収の両方を行います。このようにして、回路に供給された総エネルギーは時間がたつとゼロになります。抵抗は電力供給源ではないため、これは当然のことです。ただし、任意の時点でエネルギーのサンプルを抜き取ってみると、(何分の1かの確率で)公称値からのわずかな偏差が見られます。これは、ある程度のエネルギー伝達が起こったことを示しています。

ノイズの単位に関してもうひとつ注意すべき点は、ヘルツ当たりという単位においてどのように記述されているかです。この表現方法を使用するのは、ノイズ単位が周波数領域の密度関数であるためです。このような単位を扱う際に問題となるのが「0Hz、つまり直流(DC)の時にノイズが無限大になりはしないか」ということですが、その心配はありません。分母に現れる単位が示すのは、通常は同じ単位で表現した2つの値の差分です。

$$\text{例えば、電圧ノイズ密度は } \frac{V}{\sqrt{\text{Hz}_{\text{upper limit}} - \text{Hz}_{\text{lower limit}}}}$$

または $V/\sqrt{\Delta\text{Hz}}$ と表すべきです。差分が単位に乗算される係数内に含まれているため、これは通常 $V/\sqrt{\text{Hz}}$ に短縮されます。

したがって、0Hzという差分には意味がありません。この密度関数をゼロ領域で積分するとゼロ値になるためです。

理解する必要のある重要なポイントは、これらのノイズ源がRMS項(Root Mean Square)の性質を持つ、つまりランダム変数の平均的な大きさを表しているということです。アンプの場合には、回路内のいくつかのランダム変数の統計的な組み合わせであり、数学的に入力を参照します。さらに、これらのランダム変数は時間と無相関であることが前提となっています。この前提が意味するのは、回路の解析中にどの変数同士をたすきがけても平均値はゼロになり、たすきがけされたすべての項が相殺されるということです。

分かりやすくするために、あるランダム変数のRMSの計算を次のように定義してみます。

$\text{RMS}(X) = \sqrt{\overline{X^2}}$ ここで、 \overline{X} はランダム変数 X の平均値(または期待値)を示しています。

また、ランダム変数の標準偏差 σ が次のように表されることにも注意してください。

$$\sigma = \sqrt{\overline{(X-\mu)^2}}$$

上記の式で、 μ が X の平均値を与えるとすると、 $\overline{(X-\mu)^2}$ は X の分散です。

$\mu = 0$ の場合、つまりDCオフセットがない場合(これは回路内のすべてのノイズ源について有効な条件とします)には、次のようになります。

$$\sigma = \sqrt{\overline{X^2}} = \text{RMS}(X)$$

別の表現をすると、ノイズ源の平均値がゼロである場合に限って、あるノイズ源の標準偏差はそのノイズ源のRMS値と同じになります。

前述のように、解析対象の回路内には複数のノイズ源があります。したがって、出力電圧は個々のノイズ源の線形

結合になることが分かります。このことを認識するために、変数を2つ使用した計算例を考えてみます。なお、この例は変数の個数がいくつになっても適用できます。

X の分散を求める式は次の通りです。

$$\overline{(X-\mu)^2} = \overline{(X-\overline{X})^2}$$

ここで、 $\overline{X} = \mu$

2つのランダム変数 X 、 Y の分散は、式(5)で表せます。

$$\text{var}(X+Y) = \sigma^2 = \overline{(X+Y-\overline{X+Y})^2} \quad (5)$$

期待値は線形演算 $\overline{X+Y} = \overline{X} + \overline{Y}$ であるため、式(5)は式(6)になります。

$$\text{var}(X+Y) = \overline{(X+Y-\overline{X}-\overline{Y})^2} \quad (6)$$

この例ではノイズ源の平均値がゼロであるため、 $\overline{X} = 0$ 、 $\overline{Y} = 0$ であることが分かり、式(6)から式(7)が得られます。

$$\text{var}(X+Y) = \overline{(X+Y)^2} = \overline{X^2 + Y^2 + 2XY} \quad (7)$$

ここで再度、期待値の演算を式(7)に適用して、式(8)にします。

$$\text{var}(X+Y) = \overline{X^2} + \overline{Y^2} + \overline{2XY} \quad (8)$$

定義により、 $\overline{XY} = \overline{X} \cdot \overline{Y}$ である場合には、2つのランダム変数は独立変数です。逆に考えると、 X と Y が独立ランダム変数であることが分かっているならば、式(8)を式(9)に変形できます。

$$\text{var}(X+Y) = \overline{X^2} + \overline{Y^2} + 2 \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y} \quad (9)$$

$\overline{X} = 0$ および $\overline{Y} = 0$ であることを考慮すれば、たすきがけした項が相殺され、式(9)が式(10)に変形されます。

$$\text{var}(X+Y) = \overline{X^2} + \overline{Y^2} = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \quad (10)$$

式(10)は、さらに式(11)になります。

$$\text{var}(X+Y) = \sigma_{X+Y}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \quad (11)$$

$\text{RMS}(X) = \sigma_X = \sqrt{\sigma_X^2}$ という定義により、式(11)が式(12)になります。

$$\text{RMS}(X+Y) = \sigma_{X+Y} = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2} \quad (12)$$

ここでも、ノイズ源の平均値はゼロであることが前提となります。

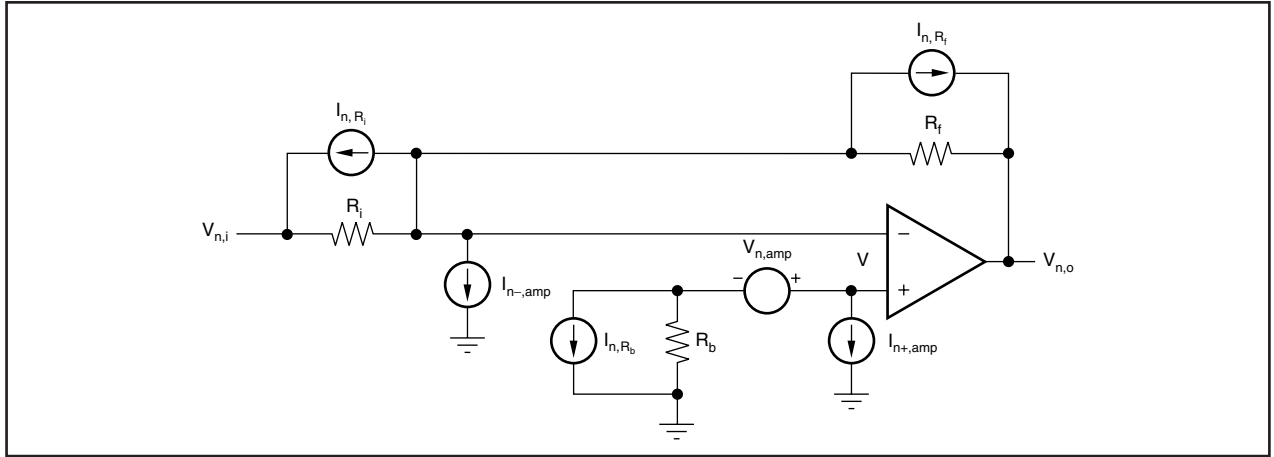


図 4. ノイズ源を組み込んだアンプ回路

ランダム変数の個数が2つより多い場合に式 (12) を適用する方法を理解することも、難しくはないはずです。2つのランダム変数が独立変数であり、平均値がゼロの場合に、その2つのランダム変数どうしを加算すると、結果として得られるRMS (Root Mean Square: 二乗平均平方根、実効値) は、単なる「分散の和の平方根」になるためです。さらに注目すべきなのは、根号の中の各分散を加算するために、重ね合わせが役に立つことです。この性質が持続しているため、各ノイズ源からの出力ノイズを別個に計算し、さらに各分散の和を計算して、最終結果を求めることができます。

(式 (12) の拡張により) システムの総出力ノイズの計算方法が分かったところで、もう一度図3の回路を見てノイズ源を挿入し、解析を始める必要があります。図4に、抵抗素子全体にノートン型ノイズ源を使用して修正した回路を示します。ノイズの解析も、回路の解析と同じ手順で開始されます。

各RMS項ノイズ源の加算について少し前に説明しましたが、その結果を考えれば、この手順が役に立つとは思えないかもしれません。それでも、念頭においていただきたいのですが、各ノイズ源の独立性は、それ自体がノイズ源に依存しないスカラー係数で各ノイズ源を乗算した場合でも損なわれることはないということです。つまり、 $\alpha\bar{X} = \overline{\alpha X}$ および $\alpha^2\bar{X}^2 = \overline{(\alpha X)^2}$ となります。この点は、解析の最初のステップが完了すればはっきり分かります。

この解析では、ゲイン無限の理想アンプを使用するとみなすため、2つの入力ノードの電圧が同じになるようにしま

す。入力ノードの電圧を v と表記し、入力ノード2つの電流の和を求めると、式 (13) と式 (14) が得られます。

$$\frac{v - V_{n,i}}{R_i} + \frac{v - V_{n,o}}{R_f} + I_{n,R_i} + I_{n,R_f} + I_{n-,amp} = 0 \quad (13)$$

$$\frac{v - V_{n,amp}}{R_b} + I_{n,R_b} + I_{n+,amp} = 0 \quad (14)$$

式 (13) と式 (14) を $V_{n,o}$ について同時に解き、 v を消去すると、スカラー係数で乗算した複数の独立ランダム変数の和としてランダム変数 $V_{n,o}$ を定義する式が残ります。それが式 (15) です。

$$\begin{aligned} V_{n,o} &= I_{n,R_i}R_f + I_{n,R_f}R_f + I_{n-,amp}R_f - V_{n,i}\frac{R_f}{R_i} \\ &+ V_{n,amp}\left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) - I_{n,R_b}R_b\left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) - I_{n+,amp}R_b\left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) \end{aligned} \quad (15)$$

式 (15) では、ノイズ源がサンプリングされる時の瞬時出力ノイズ電圧 $V_{n,o}$ を表します。

$\alpha\bar{X} = \overline{\alpha X}$ および $\alpha^2\bar{X}^2 = \overline{(\alpha X)^2}$ であることに改めて注目すると、式 (15) の各項は独立ランダム変数として認識されます。したがって $V_{n,o}$ のRMS値は、各ランダム変数の和の期待値の平方根となり、さらに式 (12) を適用すると、式 (16) が得られます。式 (16) を整理すると、式 (17) になります。

$$\text{RMS}(V_{n,o}) = \sqrt{\left(I_{n,R_i}R_f\right)^2 + \left(I_{n,R_f}R_f\right)^2 + \left(I_{n-,amp}R_f\right)^2 + \left(-V_{n,i}\frac{R_f}{R_i}\right)^2 + \left(V_{n,amp}\left[1 + \frac{R_f}{R_i}\right]\right)^2 + \left(-I_{n,R_b}R_b\left[1 + \frac{R_f}{R_i}\right]\right)^2 + \left(-I_{n+,amp}R_b\left[1 + \frac{R_f}{R_i}\right]\right)^2} \quad (16)$$

$$\text{RMS}(V_{n,o}) = \sqrt{I_{n,R_i}^2R_f^2 + I_{n,R_f}^2R_f^2 + I_{n-,amp}^2R_f^2 + V_{n,i}^2\frac{R_f^2}{R_i^2} + V_{n,amp}^2\left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right)^2 + I_{n,R_b}^2R_b^2\left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right)^2 + I_{n+,amp}^2R_b^2\left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right)^2} \quad (17)$$

ここでは、二乗の演算のために、負の項がすべて正になっています。

$$\text{RMS}(V_{n,o}) = \sqrt{I_{n,R_i}^2 R_f^2 + I_{n,R_f}^2 R_f^2 + I_{n,\text{amp}}^2 R_f^2 + V_{n,\text{amp}}^2 \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right)^2 + I_{n,R_b}^2 R_b^2 \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right)^2 + I_{n,\text{amp}}^2 R_b^2 \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right)^2} \quad (18)$$

$$\text{RMS}(V_{n,o}) = \sqrt{4kT \left(R_f \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right) + R_b \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right)^2 \right) + \left(V_{n,\text{amp}}^2 + I_{n,\text{amp}}^2 R_b^2 \right) \left(1 + \frac{R_f}{R_i}\right)^2 + I_{n,\text{amp}}^2 R_f^2} \quad (19)$$

次からの解析は、回路トポロジー自体が原因で生成されるノイズのみに関するものであるため、 $V_{n,i}$ を含む項を除去して、回路のノイズ源のみの関数としてのRMS値 $V_{n,o}$ の式が生成されます。それが式(18)です。

抵抗に関連するノイズ源として $I_n(R) = \sqrt{\frac{4kT}{R}}$ を代入し、式を整理すると、式(18)は最終的な形である式(19)になります。

このように、式(19)ではアンプの出力に現れるRMSノイズ電圧を表しています。各抵抗のサーマル・ノイズ項が結合して、単一の一般的なノイズ項になっていることに注目してください。この計算を行えば、図4の回路のノイズ解析は完了です。次の段階に進む前に、可変抵抗として使用されているDACをモデル化して、式(19)の変数と置き換える必要があります。

したがって、式(19)はセクション5で再び取り上げることとなります。

3. 可変インピーダンスとしてDACをモデル化する

乗算型DACは通常、非反転出力ノード $I_{\text{out}+}$ ～反転出力ノード $I_{\text{out}-}$ 間の電流のステアリングに使用する、R-2R型ラダーとスイッチで構成されます。図5に、標準的なR-2R型DACの回路構成を示します。

非反転ノードからの電流は、式(20)で定義されます。

$$I_{\text{out}+} = \frac{V_{\text{ref}}}{R_{\text{ref}}} \cdot \frac{n}{N} \quad (20)$$

ここで R_{ref} は、 V_{ref} ノードから見る(を参照する)インピーダンスです。R-2R型ラダー・ネットワークの設計により、このインピーダンスは本質的に、DACに印加されている入力コードに関係なく常に一定です。ただし、 $I_{\text{out}+}$ ノードと $I_{\text{out}-}$ ノード両方の電圧電位が同じであることが前提となります。一般的なDACの使用法では V_{ref} ノードがDACの基準電圧ですが、乗算型形式で使用する場合には、入力信号 V_{in} が与えられます。したがって、このアプリケーション・レポートの目的に合わせて、これ以降は V_{in} と V_{ref} が同じものであるとみなすことにします。Nは、DACで処理できる入力コードの最大値よりも1大きい定数です。nはDACに印加される入力コードであり、次の式(21)を見ると分かるように、その範囲は $0 \leq n \leq N-1$ です。

$$n = \sum_{i=0}^{d-1} b_i 2^i, N = 2^d \quad (21)$$

また、dは入力コードの中の2進桁数を表現します。

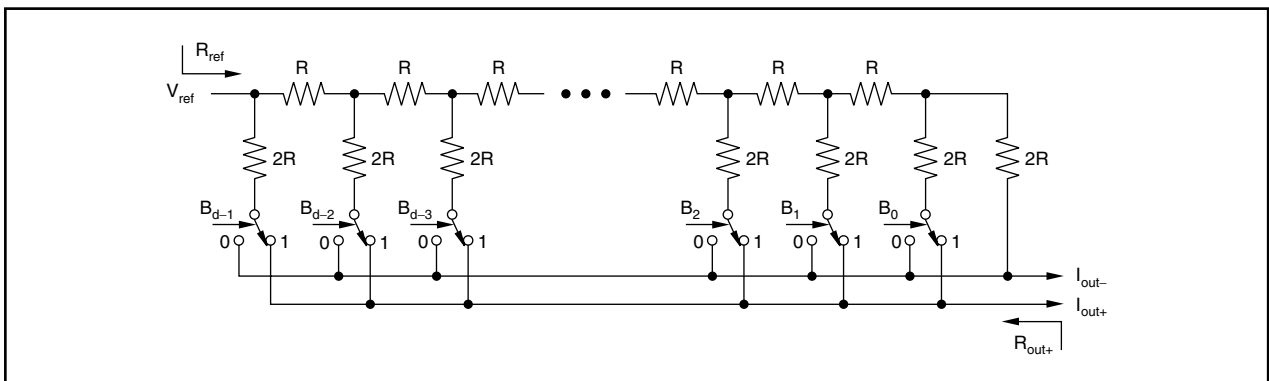


図 5. R-2R型DACのラダー・ネットワークとスイッチ

V_{ref} ノードを参照するインピーダンスが一定であっても、電流出力ノードを参照するインピーダンスが一定であることにはなりません。出力電流は、印加された符号語の関数であるためです。 I_{out+} ノードを参照するインピーダンス R_{out+} の値は、それが V_{ref}/I_{out+} の比率に等しいことを知っていれば特定できます。

式(20)の項を配列しなおすと式(22)が生成され、DACに固有のパラメータとしてこのインピーダンスを特定します。

$$R_{out+} = \frac{V_{ref}}{I_{out+}} = R_{ref} \frac{N}{n} \quad (22)$$

注意する必要があるのは、 n がどんな値でも、 $n < N$ が成立するということです。これにより、常に $N/n > 1$ となることがわかります。式(22)を調べると、出力インピーダンスが常に、DACの V_{ref} ノードの入力インピーダンスより大きいことがわかります。つまり、 $R_{out+} > R_{ref}$ は常に真であることとなります。なぜこのことを認識しておく必要があるかは、後でわかります。

式(22)を見ると、 n の値が減少するにつれて、 R_{out+} の値が $n = 0$ になるまで増大し、 R_{out+} が無限に近づくことがわかります。また、その逆も真になります。 n の値が増大するにつれて、 R_{out+} の値は減少していきます。 $n < N$ と $R_{out+} > R_{ref}$ が常に真であることを思い出すと、 n が増大するにつれて R_{out+} の値が R_{ref} に近づいていくことがわかります。 n の最大値は $N-1$ であるため、式(23)からは R_{out+} の最小値(R'_{out+} と表記)が得られます。

$$R'_{out+} = R_{ref} \frac{N}{N-1} \quad (23)$$

ここで、(式(22)より)出力インピーダンス R_{out+} を一般化して、回路に必要な最小・最大ゲインによって変化する形式にしておくとう便利です。2つの項 g_{min} と g_{max} を追加で導入すれば、法則化は完成します。この2項は、最小ゲインと最大ゲインをそれぞれ表しています。

さらに、変数は、正規化された入力コード(範囲 $0 \leq \eta \leq 1$)を表します。ここで、 $\eta = 0$ はシステムの最小ゲイン(g_{min})、 $\eta = 1$ はシステムの最大ゲイン(g_{max})を表します。この表現は、(元のDAC入力コード n との負の相関関係を利用して)DACの入力コードのスケリング(scale)のみを行い、数式のいくつかを簡素化します。ただしもっと重要なのは、この表現が連続型変数、つまり無限のビット数を持っていないながら R_{out+} の最小値 R'_{out+} に制限されているDACであると、事実上みなしていることです。連続型変数を持つことにより、2種類のトポロジー両方のゲインを同じ値に設定することが可能になり、両方のトポロジーを公平に比較する手段を得ることができます。

最後に、 i または f という添字は、 η が変化させているのが入力(η_i)インピーダンスか、それとも帰還(η_f)インピーダンスかを示すために使用されます。

上記のように、比較を行うためには、互いに等しくなるように各システムのゲインを設定する必要があります。ただしそれを行ったとしても、両方のトポロジー形式のゲイン・コントロール変数が同じ値になるとは限りません。

以上のような法則化により、図1と図2の回路を図6と図7にそれぞれ書き換えることが可能になります。

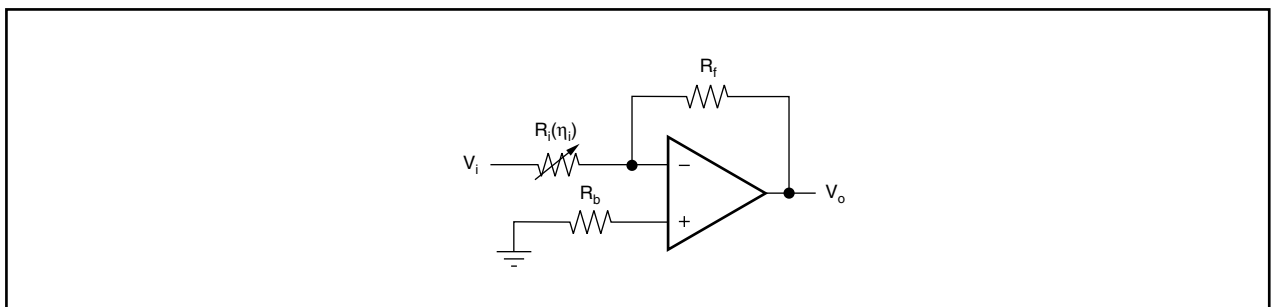


図6. 入力の変動インピーダンスを一般化した反転アンプ

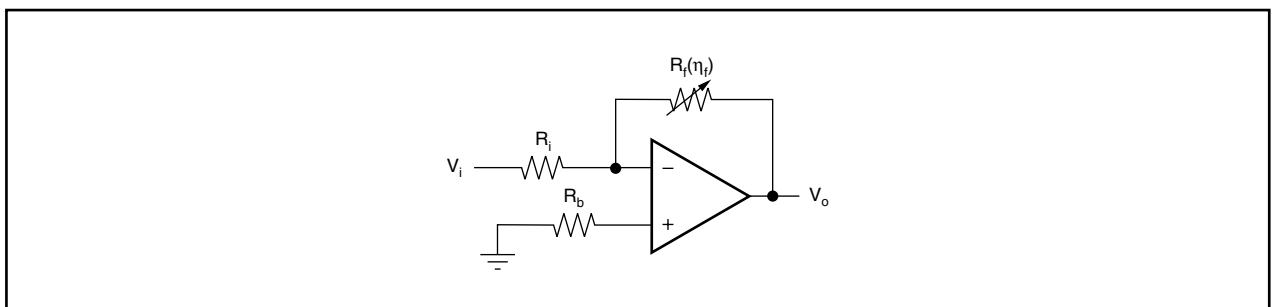


図7. 帰還の変動インピーダンスを一般化した反転アンプ

図6と図7に示す2つのトポロジーを見てから、式(24)を確認してみましょう。可変インピーダンスは

$R_i(\eta_i)$ および $R_x(\eta_x)$ これを次のように変化させます。

$$R_{\text{ref}} \frac{N}{(N-1)} \leq R_x(\eta_x) \leq \infty \quad (24)$$

このようにすると、次のことが観察されます。

- 図6のゲインは、0から $R_f/R'_{\text{out+}}$ まで変化する。
- 図7のゲインは、 $R'_{\text{out+}}/R_i$ から ∞ まで変化する。

一方のトポロジーが最大ゲインで制限され、もう一方が最小ゲインで制限されるため、これらのシステムの比較は、両方のトポロジーが重なるゲイン範囲に限定する必要があります。これからセクション4で示すように、 $g_{\text{min}} > 0$ および $g_{\text{max}} < \infty$ であるかぎり、どちらのトポロジーでも、(妥当な範囲内であれば)事実上あらゆるゲイン範囲を実現することが可能です。

4. 部品値の判定

この時点で思い出していただきたいのは、RMSノイズはシステムのゲインに基づいて判断する必要があるということです。ただし、システムのゲインはDACの出力に出現するインピーダンスに依存します。またこのインピーダンスそのものは、DACに印加される入力コードに依存します。判断する必要があるのは、この逆です。つまり任意のゲイン値が必要な場合には、DACの出力インピーダンスを計算する必要があるということです。このセクションではこれ以降、2つのトポロジーの各々についてひとつずつ、ゲイン値を求めるための出力インピーダンス計算式を作成していきます。

最初に、図6に示したトポロジーの部品値を計算します。この回路のゲイン関数は R_f/R_i です。可変抵抗 R_i はDACを表し、 R_f は単なる固定値のインピーダンスです。ゲイン関数より、 R_f が変化しないため、ゲインが最大値の時に R_i は最小値になることがわかります。前述のように、 $R'_{\text{out+}}$ はDACの $I_{\text{out+}}$ ノードを参照する、認識可能な最小の抵抗値です。したがって、 R_i が最小値の時にゲインが最大になるので、次のようになります。

R_i は、次の場合に $\infty = R'_{\text{out+}}$ となるはずである。

$$\frac{R_f}{R_i} = g_{\text{max}}$$

この結論により、図6の回路でゲインが最大値(g_{max})になった時に、次のことが実現します。

$$\frac{R_f}{R_i} = \frac{R_f}{R'_{\text{out}}} = g_{\text{max}} \Rightarrow R_f = g_{\text{max}} R'_{\text{out+}} \quad (25)$$

前述のように、 R_i の実際のインピーダンスは η_i の値の関数になり、範囲は0~1となります。 R_i を簡単に定義すると、

$R_i = f_i(\eta_i) R'_{\text{out+}}$ となります。 $R_i \geq R'_{\text{out+}}$ であることが分かっているならば、 $f_i(\eta_i) \geq 1$ も真になることが分かります。この R_i の定義および式(25)の結果により、図6に示した可変ゲイン・アンプのゲイン関数 $g_i(\eta_i)$ を、式(26)のように記述することが可能になります。

$$g_i(\eta_i) = \frac{R_f}{R_i} = \frac{g_{\text{max}} R'_{\text{out+}}}{f_i(\eta_i) R'_{\text{out+}}} = \frac{g_{\text{max}}}{f_i(\eta_i)} \quad (26)$$

$\eta_i = 1$ の時にゲインが最大となることを思い出してください。式(26)により、式(27)の数学的命題の記述が可能になります。

$$g_{\text{max}} = \frac{g_{\text{max}}}{f_i(1)} \Rightarrow f_i(1) = \frac{g_{\text{max}}}{g_{\text{max}}} = 1 \quad (27)$$

さらに、再び定義により、 $\eta_i = 0$ の時にゲインは最小になります。式(26)により、式(28)が与えられます。

$$g_{\text{min}} = \frac{g_{\text{max}}}{f_i(0)} \Rightarrow f_i(0) = \frac{g_{\text{max}}}{g_{\text{min}}} \quad (28)$$

$g_{\text{min}} < g_{\text{max}}$ (これは妥当な仮定です)と仮定し、式(28)を見ると、当然ながら $f_i(0) > 1$ となることが分かります。DACのインピーダンスの場合、 $R'_{\text{out+}}$ からでない増分を開始できないためです。ここで、 η_i が0~1の範囲で変化するのに合わせて、式(27)と式(28)に見られる最大・最小ゲイン型(gain form)の重み付けを行うことにより、 $f_i(\eta_i)$ のシンプルなメカニズムを定義できます。その結果が式(29)です。

$$\begin{aligned} f_i(\eta_i) &= \eta_i f_i(1) + (1 - \eta_i) f_i(0) \\ &= \eta_i \frac{g_{\text{max}}}{g_{\text{max}}} + (1 - \eta_i) \frac{g_{\text{max}}}{g_{\text{min}}} = \eta_i + (1 - \eta_i) \frac{g_{\text{max}}}{g_{\text{min}}} \end{aligned} \quad (29)$$

もう一度式(26)を見て式(29)を代入すると、式(30)に示すように、 η_i についてのゲイン関数の最終型が得られます。

$$\begin{aligned} g_i(\eta_i) &= \frac{g_{\text{max}}}{f_i(\eta_i)} = \frac{g_{\text{max}}}{\eta_i + (1 - \eta_i) \frac{g_{\text{max}}}{g_{\text{min}}}} \\ &= \frac{g_{\text{min}} g_{\text{max}}}{\eta_i g_{\text{min}} + (1 - \eta_i) g_{\text{max}}} \end{aligned} \quad (30)$$

$\eta_i = 0$ の時 $g_i(0) = g_{\text{min}}$ となり、 $\eta_i = 1$ の時 $g_i(1) = g_{\text{max}}$ となることは容易に証明できます。式(30)の関数は線形ではありませんが、 g_{min} から g_{max} への変化には単調性があります。

図6のゲイン関数が R_f/R_i であることを思い出すと、式(31)が得られます。

$$\frac{R_f}{R_i} = \frac{g_{\min} g_{\max}}{\eta_i g_{\min} + (1 - \eta_i) g_{\max}} \quad (31)$$

式(25)で分かった表現で R_f を置き換えて、 R_i について解くと、式(32)が得られます。

$$\begin{aligned} \frac{R_f}{R_i} &= \frac{g_{\max} R'_{\text{out+}}}{R_i} = \frac{g_{\min} g_{\max}}{\eta_i g_{\min} + (1 - \eta_i) g_{\max}} \\ \Rightarrow R_i &= \frac{\eta_i g_{\min} + (1 - \eta_i) g_{\max}}{g_{\min}} R'_{\text{out+}} \quad (32) \end{aligned}$$

式(25)と式(32)でそれぞれ表現された R_f と R_i の定義により、図6に示すプログラマブル・ゲイン・アンプ回路のモデルが得られます。このモデルでは、DACを参照する最小インピーダンス $R'_{\text{out+}}$ 、回路の最小ゲイン g_{\min} 、および回路の最大ゲイン g_{\max} によって部品が定義されます。

同様の方法で、図7のトポロジーの各値が判定されます。この場合、 R_f はDACを表し、 R_i の値が固定値であることを示しています。この構成では、最小ゲインが達成されるのは R_f も最小値である場合です。これにより、式(33)の定義が得られます。

$$\frac{R_f}{R_i} = \frac{R'_{\text{out+}}}{R_i} = g_{\min} \Rightarrow R_i = \frac{R'_{\text{out+}}}{g_{\min}} \quad (33)$$

η_f の関数として R_f を表現すると、図7のシステムのゲイン関数は式(34)のように記述できます。

$$g_f(\eta_f) = \frac{R_f}{R_i} = \frac{R'_{\text{out+}} f_f(\eta_f)}{\frac{R'_{\text{out+}}}{g_{\min}}} = g_{\min} f_f(\eta_f) \quad (34)$$

ゲインは $\eta_f = 1$ の場合に最大となるために、式(35)が得られます。

$$g_{\max} = g_{\min} f_f(1) \Rightarrow f_f(1) = \frac{g_{\max}}{g_{\min}} \quad (35)$$

さらに、ゲインは $\eta_f = 0$ の場合に最小となるために、式(36)が得られます。

$$g_{\min} = g_{\min} f_f(0) \Rightarrow f_f(0) = \frac{g_{\max}}{g_{\min}} = 1 \quad (36)$$

ここでも $g_{\min} \leq g_{\max}$ という条件を仮定すると、 $\eta_f > 0$ であるために、 $f_f(\eta_f) > 1$ であることも式(35)と式(36)で示されます。これは、 $R_f \geq R'_{\text{out+}}$ という要件と合致します(もちろん、これはDACの $I_{\text{out+}}$ ノードのみを参照しています)。式(29)の生成と同様の方法で、式(37)に示すようにシンプルな重み付けメカニズムを使用して、 $f_f(\eta_f)$ の関数が実現できます。

$$\begin{aligned} f_f(\eta_f) &= \eta_f f_f(1) + (1 - \eta_f) f_f(0) \\ &= \eta_f \frac{g_{\max}}{g_{\min}} + (1 - \eta_f) \frac{g_{\max}}{g_{\min}} = \eta_f \frac{g_{\max}}{g_{\min}} + 1 - \eta_f \quad (37) \end{aligned}$$

式(34)に戻って式(37)を代入すると、式(38)に示すように、 η_f について、図7のトポロジーのゲイン関数の最終型が得られます。

$$\begin{aligned} g_f(\eta_f) &= g_{\min} f_f(\eta_f) = g_{\min} \left(\eta_f \frac{g_{\max}}{g_{\min}} + 1 - \eta_f \right) \\ &= \eta_f g_{\max} + (1 - \eta_f) g_{\min} \quad (38) \end{aligned}$$

η_f の上限値と下限値で式(38)を検証すると、 $\eta_f = 0$ の時に $g_f(0) = g_{\min}$ となり、 $\eta_f = 1$ の場合に $g_f(1) = g_{\max}$ となることが示されます。

図7のゲイン関数も R_f/R_i であるため、式(39)も次のようになることが推測できます。

$$\frac{R_f}{R_i} = \eta_f g_{\max} + (1 - \eta_f) g_{\min} \quad (39)$$

式(33)の表現に代入し、 R_f について解くと、式(40)が得られます。

$$\begin{aligned} \frac{R_f}{R_i} &= \frac{R_f}{\frac{R'_{\text{out+}}}{g_{\min}}} = \eta_f g_{\max} + (1 - \eta_f) g_{\min} \\ \Rightarrow R_f &= \frac{\eta_f g_{\max} + (1 - \eta_f) g_{\min}}{g_{\min}} R'_{\text{out+}} \quad (40) \end{aligned}$$

式(25)、式(32)、式(33)、式(40)から、2つの回路トポロジーを完成するために必要な情報が得られます。ただしバイアス抵抗 R_b はまだ得られていません。

R_b の値は通常、 R_f と R_i の並列結合と等しくなるように設定します。この値を選択するのは、アンプの入力段の反転ノードと非反転ノード両方で同じテブナン型インピーダンスを供給するためです。これにより、アンプの入力の有限インピーダンスのために、オフセット・バイアスが最小限になります。残念なことに、可変ゲインが存在するためにはインピーダンスのどれかを変更する必要があるため、バイアス抵抗 R_b も変更する必要があります。このために、バイアス・インピーダンス調整専用の二番目のDACが必要になります。この二番目のDACにより、一般的には「このタイプの回路パフォーマンスでは重要でないゲイン」とみなされるものためのコストが余分にかかります。そのため、ゲインの抵抗としては、統計的に最も一般的に使用されている固定値の抵抗が選定されます。ここでの説明の便宜上、 R_b は $R'_{\text{out+}}$ と等しい値に設定されますが、これは大体において中程度のゲイン値にあたります。

5. ゲインのスケージングと比較

前述のように、2つのトポロジーを正しく比較するには、各々の回路のゲインが同じでなければなりません。そうでないと、2つの回路間のゲインの差が原因で、比較結果が不正確になります。

同じ独立変数を両方のゲイン関数に使用することが可能であれば、任意の入力について、2種類のトポロジーのどちらでも同じゲインが実現されるため、非常に都合がよくなります。これを実現するために、一方の独立変数を選択してもう一方の独立変数を表現し、2つのゲイン関数が互いに等しくなるように設定し、独立変数の一方を他方について解くという手順を式(41)に示します。

$$\begin{aligned} \frac{g_{\min} g_{\max}}{\eta_i g_{\min} + (1 - \eta_i) g_{\max}} &= \eta_f g_{\max} + (1 - \eta_f) g_{\min} \Rightarrow \eta_i \\ &= \frac{\eta_f g_{\max}}{\eta_f g_{\max} + (1 - \eta_f) g_{\min}} \end{aligned} \quad (41)$$

式(41)を式(32)に代入すると、入力インピーダンス R_i の関数ができます。 η_f を独立変数として使用する場合は、式(42)のようになります。

$$R_i = \frac{g_{\max}}{\eta_f g_{\max} + (1 - \eta_f) g_{\min}} R'_{out+} \quad (42)$$

この時点で、ゲイン変数 η_f は両方の式のセットに共通になっています。そのため、添字の f が削除され、 η だけが残るので、この変数を関連付ける対象が帰還トポロジーのみである必要はなくなることになります。

式(25)と式(42)の結果を式(19)に代入すると、式(43)が生成されます。

$$\begin{aligned} \text{RMS}(V_{n, o_i}) &= \sqrt{4kT g_{\max} R'_{out+} [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}] + 4kTR_b [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}]^2} \\ &\quad + V_{n, amp}^2 [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}]^2 + I_{n+, amp}^2 R_b^2 [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}]^2 + I_{n-, amp}^2 (g_{\max} R'_{out+})^2 \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \text{RMS}(V_{n, o_f}) &= \sqrt{4kT \frac{R'_{out+}}{g_{\min}} (g_{\min} + \eta g_{\max} - \eta g_{\min})(1 + \eta g_{\max} + g_{\min} - \eta g_{\min}) + 4kTR_b [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}]^2} \\ &\quad + V_{n, amp}^2 [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}]^2 + I_{n+, amp}^2 R_b^2 [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}]^2 + I_{n-, amp}^2 R'_{out+}^2 \left[\frac{\eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}}{g_{\min}} \right]^2 \end{aligned} \quad (44)$$

式(43)の項を分解すると、 R_f と R_i からのサーマル・ノイズ、バイアス抵抗 R_b から発生するサーマル・ノイズ、入力基準電圧ノイズ $V_{n, amp}$ 、入力基準の非反転電流ノイズ $I_{n+, amp}$ 、および入力基準の反転電流ノイズ $I_{n-, amp}$ の各分散が原因の寄与(contribution)が示されます。

式(33)と式(40)を式(19)に代入すると、式(44)が生成されます。

この時点で、式(43)と式(44)を比較して、両方のトポロジーのゲインによって出力ノイズ値がどのように変化するかを知ることができます。この比較を数学的に行うことは、かなり困難です。式(44)に対する式(43)の比率はそれほど単純な値にならないからです。ただし、根号の中の各項(または分散)を比較すれば、ノイズに変化が見られる場合にその原因をある程度推測することは可能です。

式(43)の分散項(variance term) $V_{n, amp}$ の比率を、式(44)の分散項 $V_{n, amp}$ について求めると、式(45)が得られます。

$$\frac{V_{n, amp}^2 [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}]^2}{V_{n, amp}^2 [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}]^2} = 1 \quad (45)$$

同様に、分散項 $I_{n+, amp}$ は式(46)のようになります。

$$\frac{I_{n+, amp}^2 R_b^2 [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}]^2}{I_{n+, amp}^2 R_b^2 [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}]^2} = 1 \quad (46)$$

同じ方法により、 R_b の分散項に関連するサーマル・ノイズからは式(47)が生成されます。

$$\frac{4kTR_b [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}]^2}{4kTR_b [1 + \eta g_{\max} + (1 - \eta) g_{\min}]^2} = 1 \quad (47)$$

これまでのところ、特に重要な情報は出現していません。回路のゲインに関係なく、式(45)、式(46)、式(47)により、入力基準ノイズ源 $V_{n,amp}$ と $I_{n+,amp}$ から生じるノイズと、バイアス抵抗 R_b 関連のサーマル・ノイズは両方のトポロジーで同じになっています。ここで、反転入力基準電流ノイズ源 $I_{n-,amp}$ の各分散を比較して、式(48)を生成します。

$$\frac{I_{n-,amp}^2 (g_{max} R'_{out+})^2}{I_{n-,amp}^2 R'_{out+} \left(\frac{\eta g_{max} + (1-\eta) g_{min}}{g_{min}} \right)^2} = \frac{g_{min}^2 g_{max}^2}{[\eta g_{max} + (1-\eta) g_{min}]^2} \quad (48)$$

そして、 R_f と R_i のサーマル・ノイズ源(thermal source)を比較すると、式(49)の結果が示されます。

$$\frac{4kT g_{max} R'_{out+} [\eta g_{max} + (1-\eta) g_{min}]}{4kT \frac{R'_{out+}}{g_{min}} (g_{min} + \eta g_{max} - \eta g_{min}) (1 + \eta g_{max} + g_{min} - \eta g_{min})} = \frac{g_{min} g_{max}}{\eta g_{max} + (1-\eta) g_{min}} \quad (49)$$

ただし、

$$\frac{g_{min} g_{max}}{\eta g_{max} + (1-\eta) g_{min}}$$

この式が、負の重み付けをされたゲイン関数に過ぎないのであることに注意する必要があります。つまり、ゲインは $\eta = 0$ の時に最大になり、かつ $\eta = 1$ の時に最小になります。さらに、式(48)と式(49)が根号の中の項であることに気付けば、式(48)より、入力にDACを入れることにより入力換算電流ノイズ源 $I_{n-,amp}$ からのノイズが発生し、帰還路にDACを入れた回路の場合には、ゲインに比例して変化することがわかります。

同様に式(49)では、DACが帰還路に置かれた回路と比較すると、入力にDACを入れた回路では、 R_f と R_i のインピーダンスからのサーマル・ノイズがゲインの平方根で変化していることが示されています。式(48)と式(49)は負の重み付けをされたゲイン関数であるため、ノイズの割合はゲインが低くなるほど増加し、ゲインが高くなるほど減少します。

例えば、アンプとしてOP27を使用する場合には、バイアス抵抗を R'_{out+} に等しく設定し、 R_{ref} を $5k\Omega$ 、 $I_{n,amp}$ を $1 \cdot 10^{-12} A/\sqrt{Hz}$ 、 $V_{n,amp}$ が $3 \cdot 10^{-9} V/\sqrt{Hz}$ 、ゲイン範囲を $g_{min} = 1 \sim g_{max} = 100$ に設定します。

さらに、式(43)と式(44)が電圧ノイズ密度の関数であることに注目して、この2つに関心対象の帯域幅の平方根(この例では $\sqrt{20kHz}$)を乗算します。これらの値を使用すると、式(43)と式(44)から図8に示すプロットが生成されます。

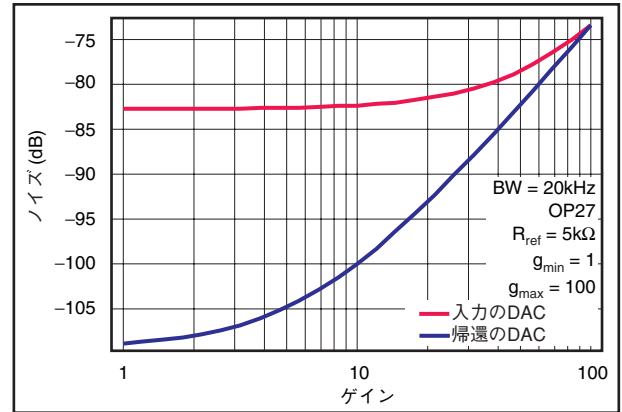


図8. ノイズ対ゲイン

図8には、帰還路にDACを入れることにより、あるシステムからノイズ全体が減少していく過程がはっきり示されています。この例からは、ゲインが低い場合にノイズが約25dB減少していることが読み取れます。

2つのノイズ・レベルが最大ゲインでは同じになっていることに注意してください。一般的に、これは数式によって強制的に実現するわけではありません。この効果を見るために、式(43)と式(44)を等号でつないでについて解き、式(50)を生成します。

$$\eta = \frac{g_{min} (g_{max} - 1)}{g_{max} - g_{min}} \quad (50)$$

図8を見ると、ノイズ対策としては、アンプの帰還路にDACを入れる方式のほうが常に効果的であるように思えます。これは大体において真ですが、式(50)を見るといくつか奇妙な点があることが分かります。例えば、 $\eta = 1$ (最大ゲイン)と設定して式(50)を整理すると、式(51)が得られます。

$$1 = \frac{g_{min} (g_{max} - 1)}{g_{max} - g_{min}} \Rightarrow g_{min} = 1 \quad (51)$$

したがって、 $g_{min} = 1$ の場合、システムのノイズは最大ゲインで等しくなります。ただし、 $\eta = 0$ と設定して整理すると、式(52)が得られます。

$$0 = \frac{g_{min} (g_{max} - 1)}{g_{max} - g_{min}} \Rightarrow g_{max} = 1 \quad (52)$$

$g_{max} = 1$ (システムが常に減衰している)が示すのは、ノイズに関しては、入力にDACを入れた方がよい結果が得られるということです。アンプに純粋な減衰は要求されないため、通常であればこのようなことにはなりません。ただし、ゲイン範囲の下限が最小ゲインよりも低く、また上限が最大ゲインよりも高くなる可能性はあります。この場合には、式(50)で2つのノイズ関数が交差する点を表すことが可能になり、その結果、低ゲインでのノイズと高ゲインでのノイズのうち重要度の高い方を設計者が判断できるようになります。

最後に、 $g_{\min} > 1$ の場合には、式(50)の結果は式(53)のようになります。

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{g_{\min}(g_{\max}-1)}{g_{\max}-g_{\min}} \Rightarrow g_{\min} = \frac{\eta g_{\max}}{\eta-1+g_{\max}} \\ &\Rightarrow 1 < \frac{\eta g_{\max}}{\eta-1+g_{\max}} \\ &\Rightarrow 1 < \eta \end{aligned} \quad (53)$$

定義により $0 \leq \eta \leq 1$ となるために、式(53)が示すのは、 $g_{\min} > 1$ の場合には、 g_{\min} と g_{\max} で定義したゲイン範囲外の領域では、帰還路にDACを置いて使用した方がノイズの減少には効果的であるということです。つまり、 $g_{\max} > g_{\min} > 1$ 、および $0 \leq \eta \leq 1$ となる場合には、最大定義ゲインを超えた領域の一点で2つのノイズ関数が交差します。

6. 経験則による理由付け

式(48)と式(49)は、2つのトポロジーのそれぞれから生成されるノイズ量が実際に異なることを示しています。さらに、式(51)、式(52)、式(53)が示すのは、システムの最小ゲインと最大ゲインを調整して、2つのトポロジーのうちどちらのノイズ量を多くするかを制御する機能です。セクション2では、ノイズ・エネルギーが一定であるという概念を簡単に説明しました。この説明のおかげで「本論のここまでの調査で分かったのは、どちらのトポロジーを使用しても結果は同じということではないか」と思われた方もいるかもしれません。「なぜ違いが生じるのか?」および「違いがあることに説明はつけられるのか?」という質問には、まだ答えが出ていないのです。

上記の質問に答えることについての問題は、それらが単に解析に関する問題とは限らないということです。結果を数式としてだけでなく、我々の住む世界での、説明のつく現象として捉える必要があります。例えば「水が低い方へ流れる」というのは我々が日常的な事実として経験していることなので、説明のつく事柄であり、当たり前の現象に過ぎません。一方、ノイズも我々が日常的に耐え忍んでいる現象ではありますが、その扱い方を日常的に思い浮かべることがありません。このセクションでは、これま

でのセクションで得られた解析の結果に対して、経験則による理由づけを加えることを試みます。

まず、シンプルなノイズ源と、それに付加された負荷(回路のノイズ源以外の部分)を見てみましょう(図9)。

図9を見れば、ノイズ電流 I_n が抵抗 R での電流と、負荷インピーダンス Z_L での電流の和に等しいことが容易に分かります。ノイズ源からの電流が、それを定義する抵抗内である程度消散されることに注意してください。RMSエネルギー $4kT$ ジュールがシステムに注入されていても、負荷によって消散されるのはそのほんの一部です。つまり、回路のノイズ源以外の部分で消費されるノイズ・エネルギーは一部にすぎません。

さらに、伝達理論および図9から、 $Z_L = R$ の場合に最大ノイズ電力が負荷に転送されることが分かるはずですが、 $Z_L : R$ の比が1から外れるほど、転送された電力はゼロに向かって対数的に低下します。 Z_L が無限に近づくことが可能ということは、負荷へ転送される電力が無いということですが、負荷には最大ノイズ電圧がかかっています。ノイズ電圧がかかっている負荷は無限大ですが、すべてのノイズ電力は抵抗で消散されています。ノイズ電圧は次の式で計算できます。

$$I_n R = R \sqrt{\frac{4kT}{R}} = \sqrt{4kTR}$$

これは、ノートン型ではなくテブナン型のノイズ源を使用した場合と同じです。

この時点で、最初の「なぜ違いが生じるのか?」という疑問の答えが得られます。抵抗内のノイズ電力が抵抗値に関係なく同じであっても、システム側から参照するノイズ量はノイズを生成している抵抗値の比率と、回路のノイズ源以外の部分のインピーダンスによって決まるためです。

図3の回路を使用すると、図9のノイズ抵抗を帰還抵抗 R_f と入力抵抗 R_i それぞれの並列結合によって示すことができます。負荷インピーダンスは反転アンプの入力インピーダンスで示されます。アンプの入力ノードが示すインピーダンス負荷が非常に高く、理想の場合には無限大となるため、アンプに搬送されるノイズ電力がなくても、並列抵抗結合に形成される電圧ノイズはインピーダンス負荷に従って増幅されます。

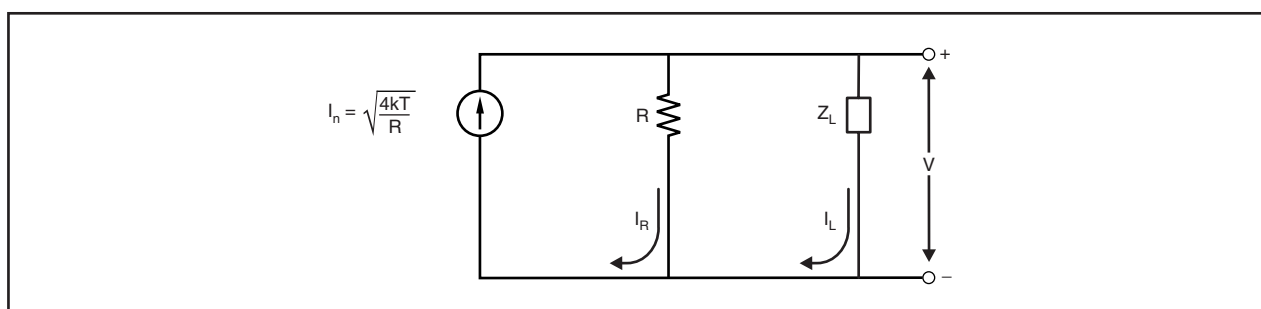


図9. 負荷に接続されたノイズ源

式(25)と式(33)では、DACの基準入力インピーダンスからの、ネットワーク内のその他の抵抗値を定義しています。例で使用されている実際の値を見てみると(ゲイン範囲は1~100)、帰還路に入れたDACの抵抗値は $R_i = R'_{out+}$ 、入力に入れたDACでは $R_i = 100 \cdot R'_{out+}$ となります。DACのインピーダンスの値は常に、最低でも R'_{out+} であるため、帰還路にあるDACのインピーダンスの並列結合は、入力にDACを入れた場合よりもずっと低くなっています。

これで、もうひとつの疑問「違いがあることに説明はつくのか?」にも答えが出ました。Yesという答えです。その説明とは、「2つのトポロジー間のインピーダンスの並列結合が同じではないから」というものです。帰還路にDACを入れたトポロジーの並列インピーダンスの方がずっと低いいため、アンプの反転入力でのノイズ電圧もずっと低くなります。さらに、両方のノイズ・プロットが交差する場所が、両方のトポロジーの並列インピーダンスが同じになる点であることにも気付く必要があります。

7. 補足コメント

- 入力にDACを入れたトポロジー(図6)の場合には、DACの入力コード n の関数としてのゲインが線形関数になっています。したがって、ゲインは入力コードに比例して増減します。逆に、DACを帰還路に入れたトポロジー(図7)の場合は、ゲインがDACの入力コードに反比例します。この観察により、印加された入力コードに対するレスポンスは非線形になることが分かりますが、結果となるゲイン関数には相変わらず単調性を示します。別の何らかの線形メカニズムでゲイン値が決定される場合には、この影響を考慮する必要があります。さらに、ゲイン関数の分解能は、ゲインが高くなると劣化します。したがって、設計に必要なとされるだけの分解能を達成するためには、DACの分解能を高くする必要がある可能性もあります。
- これまでのノイズに関する説明で考慮されていたのは、システムのサーマル・ノイズのみです。低い周波数領域で支配的な $1/f$ ノイズについては対象外となっていました。本論の解析で定義されたノイズ源と並列に、アンプに対する周波数依存ノイズ源のセットをもうひとつ追加すれば、回路解析を本論同様に行うことができます。本論でのノイズ計算例で使用されているOP27アンプの場合は、このコーナー周波数はほぼ2.7Hzになります。したがって、この形態のノイズは約30Hzより高い周波数では無視できると考えられます。また、OP27アンプが低ノイズアンプであることも覚えておく必要があります。この前提は、他のアンプでは通用しない可能性もあるからです。

- 回路内の R_b の使用によって生成されたノイズは、 $R_b = 0$ と設定することで除去できます。使用されているアンプによっては、この構成が何らかの有害な影響を回路に与えることがあります。一般的に、適正な解析による適切な配慮がある場合でなければ、この手法は推奨されません。このノイズを最小限にするもうひとつの方法は、大きなデカップリング・コンデンサ C_b を、 R_b と並列に置くことです。この静電容量により、 R_b から発生するノイズと、入力換算非反転電流ノイズが周波数依存になり、また、高い周波数でのこれらのノイズを最小限にします。注意する必要があるのは、ノイズの挙動はどちらのトポロジーでも同じになるため、この静電容量を付加してもこのレポートで説明してきた比較には影響しないということです。この原則は、次の式を見れば容易に理解できます。

$$Z_b = R_b \parallel C_b$$

R_b の代わりに Z_b を使い、上記の解析をもう一度行えば、同様の結果が得られます

- セクション6では今までの解析が正しいことが証明されたかもしれませんが、エネルギーに現れた電圧または電流だけでなく、エネルギー全体を管理することによってノイズ管理が達成されるという事実には触れていませんでした。エンジニアは普通、ノイズを最小限にするには最大電力での転送が有効であると教わってきているものですが、そのまったく逆を行うこととなります。送信時のノイズ電力を可能な限り少なくすることが我々の目的だからです。ノイズを削減する手段としてコンデンサを R_b 抵抗に接続することに関する説明は、高い周波数で供給源をショートさせて電力送信を最小限にする方法を直接的に応用したものです。部品を電力供給源として見ることや、その電力がどこへ送信されていくかを明確に思い浮かべるのは、ノイズの削減を成功させるために最も重要なことです。

ここまでの説明により、大多数のアンプの仕様書に記載されているノイズ単位に基づいてノイズを定義する方法を紹介してきました。このノイズの解析方法も導き出されました。これらのメカニズムを利用して、ノイズ解析をより一般的な回路に応用するために必要なツールをエンジニアに提供する必要があります。

そして、複数のトポロジーの比較を可能にするために、R-2R型乗算型DACの代わりに一般的なインピーダンスを使用する方法が考え出されました。長々しい手順ですが、公平な比較をするために必要なステップにはよくあることです。本論のこの部分を読んだとしても、本論の狭い範囲を超えて読者が有益なツールを手に入れられるかどうかは分かりません。ただし、少なくとも、公平な比較を導き出すためのヒントを授けるためのツールにはなると考えられます。

ご注意

日本テキサス・インスツルメンツ株式会社(以下TIJといひます)及びTexas Instruments Incorporated(TIJの親会社、以下TIJないしTexas Instruments Incorporatedを総称してTIといひます)は、その製品及びサービスを任意に修正し、改善、改良、その他の変更をし、もしくは製品の製造中止またはサービスの提供を中止する権利を留保します。従いまして、お客様は、発注される前に、関連する最新の情報を取得して頂き、その情報が現在有効かつ完全なものであるかどうかをご確認下さい。全ての製品は、お客様とTIJとの間に取引契約が締結されている場合は、当該契約条件に基づき、また当該取引契約が締結されていない場合は、ご注文の受諾の際に提示されるTIJの標準販売契約約款に従って販売されます。

TIは、そのハードウェア製品が、TIの標準保証条件に従い販売時の仕様に対応した性能を有していること、またはお客様とTIJとの間で合意された保証条件に従い合意された仕様に対応した性能を有していることを保証します。検査およびその他の品質管理技法は、TIが当該保証を支援するのに必要とみなす範囲で行なわれております。各デバイスの全てのパラメーターに関する固有の検査は、政府がそれ等の実行を義務づけている場合を除き、必ずしも行なわれておりません。

TIは、製品のアプリケーションに関する支援もしくはお客様の製品の設計について責任を負うことはありません。TI製部品を使用しているお客様の製品及びそのアプリケーションについての責任はお客様にあります。TI製部品を使用したお客様の製品及びアプリケーションについて想定される危険を最小のものとするため、適切な設計上および操作上の安全対策は、必ずお客様にてお取り下さい。

TIは、TIの製品もしくはサービスが使用されている組み合わせ、機械装置、もしくは方法に関連しているTIの特許権、著作権、回路配置利用権、その他のTIの知的財産権に基づいて何らかのライセンスを許諾するということは明示的にも黙示的にも保証も表明もしていません。TIが第三者の製品もしくはサービスについて情報を提供することは、TIが当該製品もしくはサービスを使用することについてライセンスを与えるとか、保証もしくは承認をすることを意味しません。そのような情報を使用するには第三者の特許その他の知的財産権に基づき当該第三者からライセンスを得なければならない場合もあり、またTIの特許その他の知的財産権に基づきTIからライセンスを得て頂かなければならない場合もあります。

TIのデータ・ブックもしくはデータ・シートの中にある情報を複製することは、その情報に一切の変更を加えること無く、かつその情報と結び付けられた全ての保証、条件、制限及び通知と共に複製がなされる限りにおいて許されるものとします。当該情報に変更を加えて複製することは不正で誤認を生じさせる行為です。TIは、そのような変更された情報や複製については何の義務も責任も負いません。

TIの製品もしくはサービスについてTIにより示された数値、特性、条件その他のパラメーターと異なる、あるいは、それを超えてなされた説明で当該TI製品もしくはサービスを再販売することは、当該TI製品もしくはサービスに対する全ての明示的保証、及び何らかの黙示的保証を無効にし、かつ不正で誤認を生じさせる行為です。TIは、そのような説明については何の義務も責任もありません。

TIは、TIの製品が、安全でないことが致命的となる用途ないしアプリケーション(例えば、生命維持装置のように、TI製品に不良があった場合に、その不良により相当な確率で死傷等の重篤な事故が発生するようなもの)に使用されることを認めておりません。但し、お客様とTIの双方の権限有る役員が書面でそのような使用について明確に合意した場合は除きます。たとえTIがアプリケーションに関連した情報やサポートを提供したとしても、お客様は、そのようなアプリケーションの安全面及び規制面から見た諸問題を解決するために必要とされる専門的知識及び技術を持ち、かつ、お客様の製品について、またTI製品をそのような安全でないことが致命的となる用途に使用することについて、お客様が全ての法的責任、規制を遵守する責任、及び安全に関する要求事項を満足させる責任を負っていることを認め、かつそのことに同意します。さらに、もし万一、TIの製品がそのような安全でないことが致命的となる用途に使用されたことによって損害が発生し、TIないしその代表者がその損害を賠償した場合は、お客様がTIないしその代表者にその全額の補償をするものとします。

TI製品は、軍事的用途もしくは宇宙航空アプリケーションないし軍事的環境、航空宇宙環境にて使用されるようには設計もされていませんし、使用されることを意図されていません。但し、当該TI製品が、軍需対応グレード品、若しくは「強化プラスチック」製品としてTIが特別に指定した製品である場合は除きます。TIが軍需対応グレード品として指定した製品のみが軍需品の仕様書に合致いたします。お客様は、TIが軍需対応グレード品として指定していない製品を、軍事的用途もしくは軍事的環境下で使用することは、もっぱらお客様の危険負担においてなされるということ、及び、お客様がもっぱら責任をもって、そのような使用に関して必要とされる全ての法的要求事項及び規制上の要求事項を満足させなければならないことを認め、かつ同意します。

TI製品は、自動車用アプリケーションないし自動車の環境において使用されるようには設計されていませんし、また使用されることを意図されていません。但し、TIがISO/TS 16949の要求事項を満たしていると特別に指定したTI製品は除きます。お客様は、お客様が当該TI指定品以外のTI製品を自動車用アプリケーションに使用しても、TIは当該要求事項を満たしていなかったことについて、いかなる責任も負わないことを認め、かつ同意します。

Copyright © 2009, Texas Instruments Incorporated
日本語版 日本テキサス・インスツルメンツ株式会社

弊社半導体製品の取り扱い・保管について

半導体製品は、取り扱い、保管・輸送環境、基板実装条件によっては、お客様での実装前後に破壊/劣化、または故障を起こすことがあります。

弊社半導体製品のお取り扱い、ご使用にあたっては下記の点を遵守して下さい。

1. 静電気

素手で半導体製品単体を触らないこと。どうしても触る必要がある場合は、リストストラップ等で人体からアースをとり、導電性手袋等をして取り扱うこと。

弊社出荷梱包単位(外装から取り出された内装及び個装)又は製品単品で取り扱いを行う場合は、接地された導電性のテーブル上で(導電性マットにアースをとったもの等)、アースをした作業者が行うこと。また、コンテナ等も、導電性のものを使うこと。

マウンタやはんだ付け設備等、半導体の実装に関わる全ての装置類は、静電気の帯電を防止する措置を施すこと。前記のリストストラップ・導電性手袋・テーブル表面及び実装装置類の接地等の静電気帯電防止措置は、常に管理されその機能が確認されていること。

2. 温・湿度環境

温度: 0~40、相対湿度: 40~85%で保管・輸送及び取り扱いを行うこと。(但し、結露しないこと。)

直射日光があたる状態で保管・輸送しないこと。

3. 防湿梱包

防湿梱包品は、開封後は個別推奨保管環境及び期間に従い基板実装すること。

4. 機械的衝撃

梱包品(外装、内装、個装)及び製品単品を落下させたり、衝撃を与えないこと。

5. 熱衝撃

はんだ付け時は、最低限260以上の高温状態に、10秒以上さらさないこと。(個別推奨条件がある時はそれに従うこと。)

6. 汚染

はんだ付け性を損なう、又はアルミ配線腐食の原因となるような汚染物質(硫黄、塩素等ハロゲン)のある環境で保管・輸送しないこと。はんだ付け後は十分にフラックスの洗浄を行うこと。(不純物含有率が一定以下に保証された無洗浄タイプのフラックスは除く。)

以上